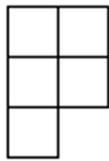
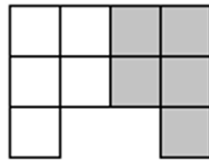
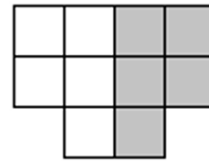


7 класс

1. Можно ли операциями «прибавить 3» и «умножить на 4» получить из единицы число 2026?
2. Предприниматель купил ручки по некоторой оптовой цене, а продаёт либо одну ручку за 5 рублей, либо три ручки за 10 рублей. При этом прибыль от обеих продаж одинаковая. Какова оптовая цена одной ручки?
3. На чудо-дереве садовник вырастил 2025 бананов и 2026 апельсинов. Каждый день он срывает 2 плода и тут же на дереве вырастает новый. Причем, если он срывает два одинаковых плода, то вырастает апельсин, а если 2 разных, то вырастает банан. Каким окажется последний плод на дереве?
4. Мальчик рисует в тетради пятиклеточные буквы «Р» (см. рисунок 1) так, чтобы они не накладывались друг на друга. Из двух таких букв «Р» мальчик составил фигуру, имеющую ось симметрии, и даже несколькими способами (см. рисунки 2 и 3). Помогите мальчику составить фигуру, имеющую ось симметрии, из любого количества таких букв «Р».

**Рисунок 1.****Рисунок 2.****Рисунок 3.**

5. На полянке собрались божьи коровки. Если у божьей коровки на спине 6 точек, то она всегда говорит правду, а если 4 точки, то она всегда лжёт, а других божьих коровок на полянке не было. Первая божья коровка сказала: «У нас у каждой одинаковое количество точек на спине». Вторая сказала: «У всех вместе на спинах 30 точек». – «Нет, у всех вместе 26 точек на спинах», – возразила третья. «Из этих троих ровно одна сказала правду», – заявила каждая из остальных божьих коровок. Сколько всего божьих коровок собралось на полянке?

8 класс

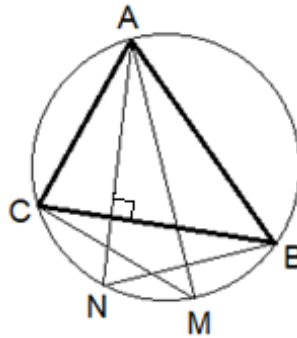
1. В клетках квадрата 5×5 расставлены числа 1 и -1 так, что строк с положительной суммой больше, чем строк с отрицательной суммой. Какое наибольшее количество столбцов с отрицательной суммой чисел может при этом получиться?
2. Два положительных числа отличаются менее чем на 0,01. Могут ли их квадраты отличаться более чем на 10?
3. Матч Ростов – Краснодар окончился со счетом 5 : 3. Докажите, что в матче был такой момент, когда Ростову оставалось забить столько мячей, сколько Краснодар уже забил к этому времени.
4. В футбольном турнире каждая команда сыграла с каждой из остальных ровно по одному разу, причём ровно половина команд ни разу не выиграла, а ровно пятая часть игр закончилась вничью. Сколько команд участвовало в турнире?
5. В треугольнике ABC углы A и B соответственно равны 30° и 15° . Вычислите угол между стороной AB и медианой CE .

9 класс

1. Существует ли квадратный трехчлен $y = ax^2 + bx + c$ с целыми коэффициентами, который при $x = 1$ принимает нечетное значение, а при $x = 3$ принимает четное значение?
2. Сколько целых неотрицательных решений имеет следующее уравнение:
 $x + xy + y = 47$?
3. Фрекен Бок испекла Малышу на день рождения пирог. К нему в гости могут прийти либо 5 друзей, либо 5 друзей и Карлсон. На какое наименьшее число кусков Фрекен Бок нужно заранее разрезать пирог так, чтобы его можно было поделить поровну как между 5, так и между 6 гостями?
4. Год назовем замечательным, если его значение нацело делится на сумму его цифр и это частное является полным квадратом некоторого числа. Например, год 2025 – замечательный потому, что: $2025:(2+0+2+5) = 225$ ($225 = 15^2$). Сколько замечательных годов в 21-м веке? (век начинается с 2001 и заканчивается 2100).
5. В прямоугольнике $ABCD$ расположена окружность диаметром, равным стороне AB , так, что касается её в точке K . Отрезок CK пересекает окружность в точке F . Длина хорды KF на единицу больше длины отрезка CF . Найти длину хорды, если площадь прямоугольника равна 45.

10 класс

1. К натуральному числу можно прибавлять сумму его цифр. Можно ли за несколько шагов получить из числа 2025 число 20252026?
2. Треугольник ABC вписан в окружность. Точки M и N такие, что отрезок AM является диаметром, а отрезок AN перпендикулярен стороне BC . Докажите, что $BN = CM$.



3. Вася расставил в таблице 4×4 натуральных числа (некоторые числа в таблице могут повторяться). Затем Вася посчитал восемь сумм: суммы чисел в каждой из четырёх строк и суммы чисел в каждом из четырёх столбцов. Все 8 сумм оказались различны. Каким могло быть наименьшее возможное значение суммы чисел во всей таблице?
4. Ненулевые действительные числа a , b и c удовлетворяют следующим равенствам: $a^2 - bc = b^2 - ac = c^2 - ab$. Определите, какие значения может принимать выражение

$$\frac{a}{b+c} + \frac{2b}{a+c} + \frac{4c}{a+b}.$$

5. Для натурального $n > 3$ будем обозначать $n?$ (n – вопросительный знак) произведение всех простых чисел, меньших n . Решите уравнение

$$n? = 2n + 16.$$

11 класс

1. В числе $2025!$ (читается «2025 факториал», $2025! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2025$) сложили все цифры и получили новое число, затем в нем также сложили все цифры и так далее, пока не осталось число, состоящее из одной цифры. Что это за число?
2. Графиком функции $y = f(x)$ является прямая. Найдите эту функцию, если известно, что для всех x выполняется равенство: $f(f(x + 20)) + 25 = 20f(x + 2) + 5$.
3. Докажите неравенство $\log_{2024} 2025 + \log_{2025} 2026 + \log_{2026} 2024 > 3$.
4. Отрезок AB является хордой окружности с центром в точке O (AB не проходит через центр). На меньшей дуге AB выбрали точку C , а на хорде AB выбрали точки M и N (M между A и N), причем $AM = MC$, $CN = NB$ и $MN^2 - NB^2 = MC^2$. Найдите угол MON .
5. Найдите все тройки натуральных чисел, для которых выполнено условие: произведение любых двух из них, увеличенное на единицу, делится на оставшееся число.